**ИТМО Кафедра Информатики и прикладной математики**

Отчет по лабораторной работе №4

«Помехоустойчивое кодирование двоичных сообщений с использованием циклических кодов»

**Выполнил: студент группы P3217**

**Плюхин Дмитрий**

**Преподаватель: Тропченко А. А.**

**2017 год**

1. **Постановка задачи**

Двоичное дискретное сообщение в виде кодовой комбинации длины nи=5 передается по каналу связи. Для обеспечения более высокой достоверности передачи информации требуется ввести в него соответствующую избыточность, обеспечив реализацию моделей циклических кодов с d = 2, 3 и 4.

1. **Расчет числа контрольных символов, обеспечивающего заданные требования по помехозащищенности для d = 2, 3, 4**

При d = 1 используется образующий многочлен вида

То есть, число контрольных символов

Для случая d = 3 воспользуемся соответствующей формулой

При d = 4 количество будет на единицу большим, чем при d = 3

1. **Образующие полиномы, обеспечивающие построение циклических кодов с минимальными кодовыми расстояниями d = 2, 3, 4**

Для d = 2 многочлен приведен в предыдущем пункте

С целью подбора подходящего многочлена для оставшихся двух случаев воспользуемся специальной таблицей, содержащей неприводимые многочлены различных степеней.

1. **Элементы дополнительных матриц, участвующих в построении циклических кодов с минимальными кодовыми расстояниями d = 2, 3, 4**

Для получения дополнительной матрицы в случае d = 2 произведем деление каждого элемента единичной транспонированной матрицы (для наглядности представлены дополнительные разряды, добавляющиеся при кодировании) на образующий полином:

Аналогично для d = 3

И для d = 4

1. **Образующие матрицы циклических кодов с минимальными кодовыми расстояниями d = 2, 3, 4**

Образующая матрица получается приписыванием к единичной транспонированной матрице матрицы дополнений:

1. **Все возможные комбинации циклических кодов для d = 2, 3, 4, включающие как контрольные, так и информационные символы**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Передаваемое десятичное число | d = 2 | | | | | | | d = 3 | | | | | | | | | | d = 4 | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 20 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 22 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 23 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 26 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 27 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 28 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

1. **Результаты проверки кодовой комбинации, закодированной циклическими кодами с d = 2, 3, 4 на отсутствие ошибок**

Сначала выберем произвольную комбинацию при d = 2, скажем, возьмем число 6. Убедимся, что остаток от деления на образующий полином равен 0:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 001100 |  |  |
|  | 001100 |  |  |
| остаток | 000000 | результат | 000100 |

Далее выберем комбинацию для числа 13 из кодовых комбинаций при d = 3:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 011010100 |  |  |
|  | 010011000 |  |  |
| остаток | 001001100 | результат | 000001000 |
|  | 001001100 |  |  |
| остаток | 000000000 | результат | 000000100 |
|  |  |  |  |

Как и ожидалось, остаток равен нулю

Проделаем то же самое с комбинацией для числа 23 при d = 4:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1011100001 |  |  |
|  | 1001010000 |  |  |
| остаток | 0010110001 | результат | 0000010000 |
|  | 0010010100 |  |  |
| остаток | 0000100101 | результат | 0000000100 |
|  | 0000100101 |  |  |
| остаток | 0000000000 | результат | 0000000001 |

Остаток также равен нулю

1. **Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной циклическим кодом с d = 2 на наличие одиночной ошибки**

Возьмем комбинацию для числа 19 и внесем ошибку в произвольный бит, скажем, в третий:

100111 -> 101111

Разделим на образующий полином и убедимся, что остаток не равен нулю:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 101111 |
|  | 110000 |
| остаток | 011111 |
|  | 011000 |
| остаток | 000111 |
|  | 000110 |
| остаток | 000001 |

1. **Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной циклическим кодом с d = 3 на наличие одиночной ошибки**

Возьмем комбинацию для числа 7 и внесем ошибку в произвольный бит, скажем, в четвертый:

001111001 -> 001111101

Вычислим остаток:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 001111101 |
|  | 001001100 |
| остаток | 000110001 |
|  | 000100110 |
| остаток | 000010111 |
|  | 000010011 |
| остаток | 000000100 |

Наличие остатка указывает на ошибку в сообщении, кроме того, «вес» остатка не больше числа ошибок, исправляемых кодом, поэтому произведя сложение по модулю 2 можем вычислить правильное сообщение:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 000000100 |
|  | 001111101 |
| результат | 001111001 |

Информационная кодовая комбинация: 00111

1. **Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной циклическим кодом с d = 4, на наличие тройной ошибки**

Выберем кодовую комбинацию для числа 21 и внесем 3 ошибки в произвольные позиции:

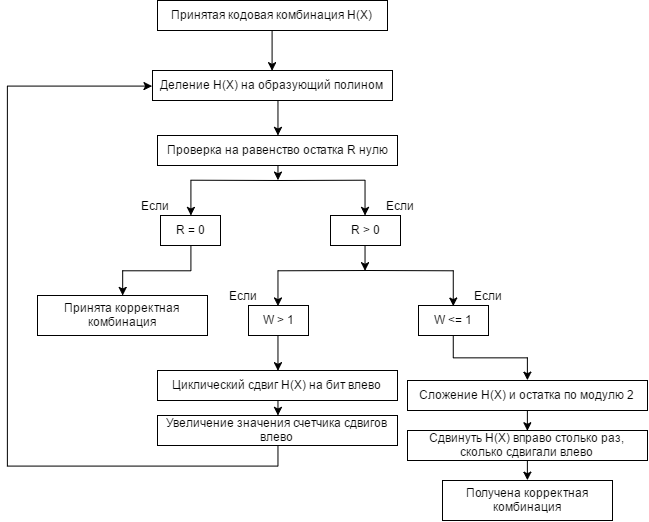
1010101011 -> 1011111111

Разделим полученную комбинацию на образующий полином

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1011111111 |
|  | 1001010000 |
| остаток | 0010101111 |
|  | 0010010100 |
| остаток | 0000111011 |
|  | 0000100101 |
| остаток | 0000011110 |

Остаток не равен нулю, что говорит о наличии ошибки

1. **Функциональная схема декодирования циклических кодов с исправлением одиночных ошибок**

****

1. **Выводы по работе**

В ходе лабораторной работы был исследован способ помехоустойчивого кодирования с использованием циклических кодов. По сравнению с кодом Хемминга данный способ выглядит, с одной стороны, более сложным – действия, которые требуется предпринять для кодирования и декодирования сообщения требуют более сложного аппаратного обеспечения, но с другой стороны, циклические коды обеспечивают большую гибкость с точки зрения возможности реализации кодов с необходимой способностью обнаружения и исправления ошибок, возникающих при передаче кодовых комбинаций по каналу связи.